

Sea $y(x) = 3 \text{ sen}(x)$ con $x(t) = 2t^2 - 3$

a) $\frac{dy}{dt}$ no se puede calcular pues depende de la variable x y no de la variable t

b) $3 \cos(2t^2 - 3)$ c) $3 \cos(2t^2 - 3) 4t$ d) NDLA

14.- ¿Cuál es la verdadera?

a) $\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ no existe pues no existe $\ln(-1)$ b)

$\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{2x}{x^2 + 1} dx = 1$ c) $\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \arcsen \sqrt{e-1}$ d)

NDLA

15.- Dada la siguiente tabla de valores

x	0	1	2	3	4	5
y	1	0	5	7	2	3

- a) No se puede hacer Simpson, porque no es derivable
- b) " " " " " " hay valores negativos
- c) " " " " " " hay un número impar de intervalos
- d) NDLA

Dada $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

- Su dominio es $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 35$
- No está definida en el origen
- NDLA

Dada $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

- Su dominio es $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 35$
- No está definida en el origen
- NDLA

16.- $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ para $x \in [2,3]$

- a) Es derivable en $[1,3]$ y $F'(x) = 1/x$
- b) " " " " " $F'(x) = -1/x^2$
- c) Es continua pero no derivable
- d) NDLA

1.- La integral $\int_0^4 \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$

- a) no existe
- b) vale $\pi/2$
- c) vale $\pi/4$
- d) NDLA

2.- La integral $\int \cot x \cos x dx$ da

- a) $\frac{\cos x}{\sin x}$
- b) $-\csc x - \sin x$
- c) $\frac{\cos x}{\sin x}$
- d) NDLA

3.- La integral $\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$

- a) es divergente
- b) no se puede calcular
- c) toma el valor 2
- d) NDLA

4.- El volumen del sólido de revolución generado al girar la región acotada por las gráficas de $y=0$, $x=4$, $y = \sqrt{x}$ alrededor de la recta $x = 4$ es:

- a) 0
- b) 8π
- c) $256\pi/15$
- d) NDLA

5.- La integral $\int_0^4 e^{-x} dx$

- a) toma el valor 1
- b) no existe
- c) es divergente
- d) NDLA

6) .- Las dimensiones de un campo de fútbol rectangular, con un área semicircular en cada fondo de forma que el perímetro del campo constituya una pista de atletismo de 400m. , tales que el terreno de juego tenga área máxima son, salvo truncamiento decimal :

- a) 105 x 70.5
- b) 100 x 63.6
- c) 96.4 x 103
- d) NDLA

7.- Sea $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

- a) para cada x fijo, f(x,y) no es una función continua de x
- b) f(x,y) es continua en (0,0)
- c) para cada x fijo, f(x,y) es una función continua de y
- d) NDLA

8.- La ecuación del plano tangente a $xy^2 + 3x - z^2 = 4$ en el punto (2,1,-2) es:

- a) $x + y + z - 1 = 0$
- b) $x - z = 0$
- c) $x - y - z = 0$
- d) NDLA

9.- Los tres números positivos tales que la suma es 30 y la suma de sus cuadrados es mínima son

- a) 20, 5, 5
- b) 20/3, 40/3, 10
- c) 10, 10, 10
- d) NDLA

10.- La ecuación $h(x,y) = 400 - 0.001x^2 - 0.004y^2$ describe la superficie de una montaña. Si un alpinista está en el punto (500,300, 3390) la dirección en la que debe moverse para ascender lo más rápido posible es:

- a) (-1,-2,4)
- b) (1,-2,4)
- c) (-1,2,4)
- d) NDLA

11.- La integral $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$ verifica

- a) su valor es 0
- b) es divergente
- c) la función que se integra es continua en $x=0$
- d) NDLA

12.- La función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4 y^2}{y^4 + x^8} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- a) tiene límite en el origen y vale cero

- b) no existen límites iterados en (0,0)
 c) no tiene límite en el origen según la recta $y=4x$ d) NDLA

13.- $\lim_{x \rightarrow 4} (\ln x + \ln(x^2))$

- a) 0
 b) - 4
 c) 4
 d) NDLA

14.- La curva nivel de valor 1
 de $f(x,y) = x^2+y^2$

- a) es un subconjunto de \mathbb{R}^2
 b) es una circunferencia de radio 1
 c) es una recta de pendiente 1
 d) NDLA

15.- $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

- a) no tiene asíntotas verticales
 b) no tiene asíntotas horizontales
 c) $x = y$ es asíntota oblicua
 d) NDLA

16.- La derivada de $f(x) = x^x$

- a) $f'(x) = x^x (1 + \ln x)$
 b) $f'(x) = 1 + \ln x$
 c) $f'(x) = x \ln(x)$ d) NDLA

17.- $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 9}{x + 3} & x \neq -3 \\ a & x = -3 \end{cases}$

- a) solo es continua en $x = -3$ si $a = 6$
 b) no es continua en $x = -3$ para ningún a
 c) solo es continua en $x = -3$ si $a = 0$
 d) NDLA

18.- La derivada direccional de

$f(x,y) = \begin{cases} x \cdot \frac{1}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ en

el punto (0,0) con vector (0,2):

- a) no existe
 b) valor cero
 c) toma valor $\frac{1}{2}$

d)NDLA

19.- $f(x) = e^x$

a)no está definida en $x=0$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4$

d)NDLA

20.- $f(x) = |x|$

a) No tiene máximo ni mínimos en $(-1,1)$

b) Es continua en $x=0$ y por tanto derivable en $x=0$

c) No es derivable en $x=0$ porque no es continua en $x=0$

d) NDLA

21.- $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$

a) Toma el valor 1

b) es divergente

c) la función bajo la integral es continua

en $x=0$ ó

d) NDLA

22.- $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2+1} & \text{si } |x| < 1 \\ 1 & \text{si } |x| = 1 \end{cases}$

a) no es continua en $x = -1$

b) es continua en $x \in \mathbb{R}$

c) no tiene límite por la derecha en $x = -1$

d) NDLA

23.- Dpm $f(x) = \ln|x|$

a) $\mathbb{R} - \{0\}$

b) \mathbb{R}

c) $x \in \mathbb{R} / x > 0$

d) NDLA

24.- $f(x,y) = \begin{cases} y^2 \operatorname{sen} \frac{x}{y} & \text{si } y \neq 0, 0) \\ 0 & \text{si } y = 0) \end{cases}$

La $\frac{d^2 f}{dx dy} (0, 0)$

a) No existe

- b) toma el valor 0
- c) toma el valor 1
- d) NDLA

$$25.- \begin{cases} \frac{x^2 y^4}{x^4 + y^8} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Tiene limite en el origen y vale cero
- b) no existen sus limites reiterados en (0,0)
- c) no tiene limite porque sus reiterados no coinciden
- d) NDLA

26.- La derivada direccional de $f(x,y)$ vale 0 en el punto (1,1)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Según la dirección del vector $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

b) Según la dirección del vector $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

- c) en ninguna dirección
- d) NDLA

$$27.- f(x) = \frac{1}{e^{x^2 + 1}}$$

- a) no tiene asíntotas verticales
- b) no tiene asíntotas
- c) tiene asíntotas en $y = 1$
- d) NDLA

$$28.- z(x,y) = (x-1)^2 + y^3 - y^2$$

- a) no tiene extremos
- b) tiene un mínimo en (1,0)
- c) tiene un máximo en (1,0)
- d) NDLA

$$29.- \lim_{x \rightarrow 64} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^x$$

- a) no existe
- b) existe y vale cero
- c) existe y es 1
- d) NDLA

30.- $z = u+v$ con $u = x^2 + e^{y+x}$ y $v = \ln(x+y)$ ($x+y > 0$)

la derivada parcial de dz/dx :

- a) no existe
- b) toma el valor $2x + e^{y+x} + 1/(x+y)$
- c) toma el valor $dz/dx = e^{y+x} + 1/(x+y)$
- d) NDLA

31.-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } x}{x} & 0 < x < \frac{\delta}{2} \\ \frac{2}{\delta} e^{x \cdot \frac{2}{\delta}} & x \geq \frac{\delta}{2} \end{cases}$$

- a) no continua en $x = \delta/2$
- b) no tiene derivada por la derecha en $x = \delta/2$
- c) no tiene derivada por la izquierda en $x = \delta/2$
- d) NDLA

32.- La función $f(x) = |x-1|$

- a) no admite derivada en $x = 1$
- b) $f'(1) = 1$
- c) $f'(1) = -1$
- d) NDLA

33.- La superficie de un lago está representada por una región D en el plano (x,y) de manera que la profundidad en metros bajo el punto correspondiente a (x,y) es $f(x,y) = 300 - x^2 - y^2$

Una niña está en el agua en el punto (1,1). ¿En qué dirección debe nadar para que la profundidad del agua bajo ella disminuya más rápidamente.

a) $\vec{v} = \left(\frac{2}{\sqrt{8}}, \frac{2}{\sqrt{8}} \right)$

b) $\vec{v} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

- c) (0,-1)
- d) NDLA

El volumen de un cilindro de $r=2$ y $h=10$, se puede calcular haciendo

- A)
- B) $1/3 \delta^2 10$

$$C) \int_0^2 \int_{\frac{m}{2}}^{\frac{10}{m}} f(x,y) dx dy$$

$$D) \int_0^2 \int_{\frac{m}{\sqrt{4+x^2}}}^{\sqrt{4+x^2}} f(x,y) dy dx$$

2 - La integral

$\int_D f(x,y) dA$ $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1\}$ es igual a:

$$A) \int_0^1 \int_{x^2+y^2}^1 f(x,y) dx dy$$

$$B) \int_0^1 \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy dx$$

$$C) \int_0^1 \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dx dy$$

D)

3 - Al cambiar el orden de integración $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos x} f(x,y) dy dx$ es igual a :

$$A) \int_0^1 \int_{\arccos y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx dy$$

$$B) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos x} f(x,y) dx dy$$

$$C) \int_0^1 \int_0^{\arccos y} f(x,y) dx dy$$

$$D) \int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x,y) dx dy$$

4 - La integral

$\int_D x^3 y^2 dA$ $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$ vale:

A) -5/12

B) 1/12

C) 12

D) -1/12

5 - La solución general de la ecuación diferencial $y'' - 6y' + 9 = 0$ viene dada por la expresión:

A) $y = c_1 \sin(3x) + c_2 \cos(3x)$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

B) $y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x}$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

C) $y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{-3x}$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

D) NDLA

6 - La ecuación diferencial $\left(e^t \frac{y^2}{2} + 2ye^{2t} \right) dt + e^t(y + e^t) dy = 0$ es:

- A) Homogénea con $c \in \mathbb{R}$
- B) exacta con $c \in \mathbb{R}$
- C) lineal con $c \in \mathbb{R}$
- D) NDLA

7 - La solución general de la ecuación diferencial $(y + x^2) dx + y^2 dy = 0$ viene dada por:

- A) $e^x y + x y - 3 = 0$ con $c \in \mathbb{R}$
- B) $x^2 - y + c x = 0$ con $c \in \mathbb{R}$
- C) $y = cx + (\cos x)^2$ con $c \in \mathbb{R}$
- D) NDLA

8 - La solución del problema de valor inicial $\begin{cases} y' = \frac{(y-x+y)}{x} \\ y(1) = e \end{cases}$ es:

- A) $y = x^2 - 1 + e^x$
- B) $y = x e^x$
- C) $y = x^2 + x e^x + 1$
- D) NDLA

La altitud sobre el nivel del mar medida en metros de un punto (x,y) de la superficie de una montaña viene dada por la ecuación $z(x,y) = 1-x^2-y^2$, donde z representa la altura, x las coordenadas este - oeste e y las coordenadas norte - sur. Si un alpinista está en $(1,1)$ la dirección en la que deberá avanzar para llegar más rápidamente a la cumbre es:

- a) $v = (2,3)$
- b) $v = (5,1)$
- c) $v = (-2,-2)$
- d) NDLA

La función $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

- Tiene límite en el origen y vale cero
- No existen sus límites reiterados en $(0,0)$
- No tiene límite en el origen pues sus reiterados en $(0,0)$ existen pero no coinciden
- NDLA

La función $z(x,y) = (x-1)^2 + 2y^2$ tiene:

- mínimo en $(1,0)$
- máximo en $(1,0)$

- No tiene extremos en (1,0)
- NDLA

¿Se puede hacer continua en el origen la función $f(x,y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ definiéndola de forma adecuada?

- Si, porque $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) = \lim_{y \rightarrow 0} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) = 0$

- No, porque $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 4$

- No, porque el punto (0,0) no es del dominio de la función
- NDLA

Sea la función $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \text{ o } y = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- f es continua en (0,0) porque $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0 = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$, y si una función

tiene derivadas parciales en un punto es continua en ese punto.

- f es continua en (0,0) porque $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 1 = f(0,0)$

- f no es continua en (0,0) porque

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 0 \neq f(0,0)$$

Sea la función $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \text{ o } y = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $\{(x,y) \mid 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$ es el conjunto de nivel de f de valor 1 - $\{(x,y) \mid 0 < x^2 + y^2 < 1\}$ es el conjunto de nivel de f de valor 0

- No existe conjunto de nivel de valor dos
- NDLA

Calcular el gradiente de la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$f(x,y) = (\cos y) e^{xy} \sin x$ en el punto (0,0).

Para la función anterior, calcular la tasa de cambio en el punto (1,0) en la dirección del vector (1,1)

Supongamos que una montaña tiene forma de paraboloides elíptico $z = h(x,y) = c - ax^2 - by^2$, donde a, b, y c son constantes positivas, x e y representan las

coordenadas E-O y N-S, y z es la altitud sobre el nivel del mar. Si queremos hacer una pista forestal que parta del punto (1,1), ¿en qué dirección tenemos que comenzarla de forma que la pendiente sea de un 0,03 (3%)?

Localizar los máximos, mínimos y los puntos de silla de la función $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x,y) = \ln(x^2+y^2+1)$

¿Dónde falla el siguiente argumento? Supongamos que $w = f(x,y) = \sin y$ definida en $[0,1] \times [0,\delta]$ e $y = x^2$. Aplicando la regla de la cadena tenemos que:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx} &= \frac{Mw}{Mx} \frac{dx}{dx} + \frac{Mw}{My} \frac{dy}{dx} \\ \frac{dw}{dx} &= \frac{Mw}{Mx} + 2x \frac{Mw}{My} \end{aligned}$$

si $\frac{dw}{dx} = 0$ entonces:

$$\frac{Mw}{Mx} + 2x \frac{Mw}{My} = 0 \Rightarrow \frac{Mw}{Mx} = -2x \frac{Mw}{My}$$

$$\frac{Mw}{Mx} = -2x \frac{Mw}{My} \Rightarrow \frac{1}{Mx} = -2x \frac{1}{My} \Rightarrow \frac{1}{2x} = -\frac{Mx}{My}$$

$$\cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\delta}{2}$$

- La regla de la cadena está mal aplicada.
- En la tercera igualdad se supone que $\frac{Mw}{Mx} = 0$ y no es cierto
- $0 = 2x \frac{Mw}{My}$ no implica necesariamente que $\frac{Mw}{My} = 0$

1.- $\int_0^4 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

- No existe
- Toma valor $\delta/2$
- Toma valor $\delta/4$
- NDLA

2.- $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt \quad x \in [1,3]$

- Es derivable en $[1,3]$ y $f'(x) = 1/x$
- Es derivable en $[1,3]$ y $f'(x) = -1/x^2$
- f es continua pero no derivable
- NDLA

3.- El área encerrada por la gráfica de $f(x) = \sin(x)$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2\delta$ vale

- 0
- 4

- No se puede calcular
- NDLA

4.- $g(x) = \ln(x)$ verifica que:

- Su dominio es \mathbb{R}^+
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow 60^+} g(x) = 4$
- $\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow 60^-} g(x) = 4$
- NDLA

5.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{3x^2}$

- 1/2
- 1/3
- no existe
- NDLA

6.- Calcula $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$

¿Tiene derivada la función $f(x)$ en $x=0$?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 + \cos x}{x} & \text{para } x \neq 0 \\ 0 & \text{para } x = 0 \end{cases}$$

- 7.- Encontrar la distancia más corta del punto $(0,b)$ a la parábola $x^2 - 4y = 0$
 En la línea que define el suelo $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$ se coloca un balón en el punto $x=0$
- El balón se mueve hacia delante
 - El balón se mueve hacia atrás
 - El balón no se mueve
 - NDLA

- 8.- Si se divide el número 20 en dos partes de forma que el producto de una de ellas por el cuadrado de la otra es máximo, estas partes son:
- 0 y 20
 - 10, 10
 - 40/3, 20/3
 - NDLA

9.- La derivada direccional de $f(x,y) = \begin{cases} x \cdot \frac{1}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ en

el punto $(0,0)$ con vector $(0,2)$:

no existe
 valor cero
 toma valor $\pi/2$

NDLA

10.- $f(x) = e^x$

no está definida en $x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$$

NDLA

11.- $f(x) = |x|$

No tiene máximo ni mínimos en $(-1,1)$

Es continua en $x=0$ y por tanto derivable en $x=0$

No es derivable en $x=0$ porque no es continua en $x=0$

NDLA

12.- $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$

- Toma el valor 1
- es divergente
- la función bajo el signo de integral es continua en $x=0$ ó
- NDLA

13.- La función $z(x,y) = (x-1)^2 + y^3 - y^2$

- No tiene extremos
- Tiene un mínimo en el punto $(1,2/3)$
- Tiene un máximo en el punto $(1,2/3)$
- NDLA

14.- Sea $z = e^{3x+2y}$ con $x = \cos t$ e $y = t^2$. La derivada respecto de t de la función z es:

- $e^{3 \cos t + 2 t^2} (4 t + 3 \sin t)$

- No se puede calcular

- $3 e^{3 \cos t + 2 t^2}$

- NDLA

15.- Sea $f(x) = \ln(x+1)$. Su polinomio de Taylor de grado 2 centrado en $x = 0$

a) no se puede calcular

b) corresponde a $P_{2,0} = x + \frac{x^2}{2}$

c) Su fórmula es $P_{2,0} = 1 + x + \frac{x^2}{2}$

d) NDLA

16.- Sea la función definida por

$$f(x, y, z) = (1 + x^2)^{y^z}. \text{ La derivada}$$

a) no se puede calcular

b) vale $\frac{2xy}{(1+x^2)^{y+1}}$

c) vale $z \ln(1+x^2) (1+x^2)^{yz}$

d) NDLA