

TEST DE ÁLGEBRA

- 1.- Sea $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ una apl. lineal
- Dim $\ker(f)$ tiene que ser 3
 - Dim $\ker(f)$ será 4
 - Dim $\ker(f)$ es 5
 - N D L A

2.- El sistema homogéneo

$$\begin{cases} 3x + 8y + 0z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

- tiene soluciones no triviales
- es incompatible
- la solución es la recta

$$x = -\frac{8}{3}z, \quad z = -y$$

d) N D L A

- 3.- Los planos $3x + 2y - z + 1 = 0$
 $3x - 4y + z - b = 0$

- son paralelos si $b = -1$
- son coincidentes si $b = -1$
- son paralelos $\forall b$
- N D L A

4.- Sea $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de \mathbb{R}^3 . Se define

$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ como

$$f(v_1) = 2v_1, \quad f(v_2) = 2v_2 + v_3, \quad f(v_3) = 0$$

La matriz asociada es:

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad d) \text{NDLA}$$

5.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal cuya matriz asociada respecto a las bases canónicas es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Dim $\ker(f)$ es 1
- Dim $\ker(f)$ es 3
- No puede ser la matriz de f
- N D L A

6.- Sea el subespacio de \mathbb{R}^3

$$S = \{ (x, y, z) / x + y + z = 0 \}$$

- es de dimensión 1
- es de dimensión 2
- es \mathbb{R}^3
- N D L A

7.- Señala cuál es la afirmación correcta

- Tres vectores de \mathbb{R}^3 son siempre l.i.
- Un sistema de generadores de \mathbb{R}^3 tiene a lo sumo dos vectores
- Todas las bases de \mathbb{R}^3 tienen siempre tres vectores

d) N D L A

8.- Sea A una matriz 2×3 entonces

A^{-1} es una matriz 2×3

A^{-1} es una matriz 2×2

A^{-1} es una matriz 3×2

N D L A

9.- El determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Es igual al vector (1,2)

Es igual a 0

Es igual a 2

N D L A

10.- Sea $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ una apl. lineal

- Dim $\ker(f)$ tiene que ser 4
- Dim $\text{Im}(f)$ tiene que ser 4
- Dim $\text{Im}(f)$ es 4 si $\ker(f) = \{0\}$
- N D L A

11.- Sean $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ una base del espacio vectorial V . $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ un conjunto de vectores de V independientes y $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_s\}$ un sistema de generadores de V . Se cumple que:

- $r \neq n \neq s$
- $s \neq n \neq r$
- $r = n = s$
- N D L A

12.- La variedad lineal $\begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ 3x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$

- es un plano de \mathbb{R}^3
- es una recta de \mathbb{R}^3
- son dos rectas de \mathbb{R}^2
- N D L A

13.- Sea A una matriz 3×4 . se quiere hacer el producto $A \cdot B$

a) El número de filas de B debe ser tres

- b) El número de columnas de B debe ser 4
- c) El número de filas de B debe de ser 4
- d) NDLA

14.- Sean $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ y $D = \{v_1, v_2, v_3\}$ bases del espacio vectorial V tales que $u_1 = v_1$, $u_2 = v_1 + v_2$ y $u_3 = v_1 + v_2 + v_3$

la matriz
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) es la matriz cambio de base de B a D
- b) es la matriz cambio de base de D a B
- c) es la matriz de la aplicación lineal f en las bases B y D
- d) NDLA

15.- El conjunto $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3y + 4z = 0\}$

- a) es un subespacio vectorial de dim2
- b) es un espacio vectorial de dim1
- c) no es un subespacio vectorial
- d) N.L.D.A.

16.- Una base del espacio vectorial $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0\}$ es:

- a) $\{(1,0,0); (0,1,0)\}$
- b) $\{(1,1,-2)\}$
- c) $\{(1,0,-1), (0,1,-1)\}$
- d) N.D.L.A.

17.- La siguiente aplicación, $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $f(x,y,z) = (3x, y+1)$

- a) es biyectiva
- b) es sobreyectiva
- c) es lineal pero no biyectiva
- d) N.D.L.A.

18.- La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) tiene rango 1
- b) tiene rango 2
- c) es invertible
- d) N.D.L.A.

19.- La aplicación lineal $f(x,y,z) = (x,y,0)$

- a) tiene entre otros a $(1,0,0)$ y $(0,1,1)$ como autovectores
- b) tiene, entre otros, a $(1,0,0)$ y $(0,0,1)$ como autovectores
- c) no tiene ningún autovector propio
- d) N.D.L.A.

20.- El sistema lineal
$$\begin{cases} x + 3z = 1 \\ 2x + 6z = 4 \\ y + 4z = 3 \end{cases}$$

- a) no tiene solución
- b) Tiene infinitas soluciones
- c) tiene una única solución
- d) N.D.L.A.

21.- El núcleo de la aplicación del problema 19 es:

- a) $\{(0,0,0)\}$
- b) \mathbb{R}^3

c) N.D.L.A.

22.- Sea $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; x+y+z = 1\}$ Es un subespacio vectorial ?

23.- En \mathbb{R}^2 sea $B = \{(1,1), (-1,1)\}$ Con respecto a esa base ¿cuáles son las coordenadas de $v=(7,5)$?

24.- Dar una base de $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; x = y + z\}$.

25.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ donde $\{e_1, e_2, e_3\}$ es una base de \mathbb{R}^3 y f una aplicación lineal. $\{f(e_1), f(e_2), f(e_3)\}$ es:

- a) una base de \mathbb{R}^3
- b) un conjunto de generadores de $\text{Im} f$
- c) es un conjunto L.I.
- d) N.L.D.A.

26.- $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es una aplicación lineal entonces:

- a) f no puede ser inyectiva
- b) f no puede ser sobreyectiva
- c) la dimensión de $\text{Ker} f$ puede ser 5
- d) N.D.L.A.

27.- Sea un espacio vectorial V con $\dim V = 3$ Sean $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ y $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ dos bases de V. Sabemos que $e'_1 = e_1 - 2e_2 + e_3$, $e'_2 = e_1$, $e'_3 = e_1 + e_3$ entonces la matriz cambio de base de B' a B es:

28.- Sean $B_3 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B_2 = \{u_1, u_2\}$ bases de \mathbb{R}^3 y de \mathbb{R}^2 respectivamente.

$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una aplicación lineal tal que $f(v_1) = u_1 + u_2$, $f(v_2) = 2u_1$, $f(v_3) = u_1 + 3u_2$ la matriz asociada con respecto a estas bases es:

29.- El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ Es :

- a) -12
- b) 6
- c) 0
- d) N.D.L.A.

30.- ¿Cuál es el valor de a para que exista solución única en el sistema?:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

- a) $a=1$
- b) $a=1$ y $a=-2$
- c) $a=-2$
- d) N.D.L.A.

31.- Estudiar si los siguientes vectores son linealmente o independientes:

$$(1,2,3); (1,3,5); (0,2,4)$$

31.- Hallar el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

32.- Sea V en espacio vectorial y $\{v_1, v_2, v_3\}$ una base de él. ¿Cuál es la dimensión?

33.- Decir si son subespacios
 $W = \{(x,y,z,t) / y = x^2\}$ $V = \{(x,y,z,t) / x = z, y = t\}$

34.- Si $u = 5e_1 + 6e_2 + 7e_3$ y $\{e_1, e_2, e_3\}$ es una base del espacio vectorial V cuáles son las coordenadas de u respecto a esa base?

35.- Qué dos condiciones debe verificar una aplicación f para ser lineal?

36.- Sea $f: E \rightarrow E$ una aplicación lineal calcular la matriz asociada a f en esa base si:

$$f(e_1) = e_2 + e_3 \quad f(e_2) = e_1 + e_3 \quad f(e_3) = e_3$$

37.- ¿Cuánto vale el determinante $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & 4 \end{vmatrix}$?

38.- Sea $A \in M_{5 \times 7}$. ¿Cuánto puede valer como máximo el rango de A ?

39.- Sean las rectas $y_1 = m x + a$ $y_2 = n x + b$ con a, b no nulos y $a \dots b$ ¿Se cortan en algún punto?. En caso afirmativo calcula dicho punto.

$$\frac{1}{4}x \% \frac{8}{3}y \% \frac{5}{4}z = 0$$

40.- El sistema es

$$\frac{5}{2}x \% \frac{9}{4}y \% z = 0$$

compatible?

41.- La familia de vectores $\{e_1, e_2, 0\}$ ¿Es linealmente dependiente o independiente?

42.- Si $\text{Ker}(f) = \{0\}$, ¿Cuál es su dimensión?

43.- Sea $f: E \rightarrow V$ una aplicación lineal y $\{e_1, e_2, e_3\}$ una base de E . Entonces los vectores $\{f(e_1), f(e_2), f(e_3)\}$ ¿son una base de $\text{Im}f$?

43.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^5$: ¿Puede ser 5 la dimensión del $\text{Ker}f$?

44.- La matriz asociada a la aplicación f anterior ¿es diagonalizable?

45.- ¿Podrías construir una aplicación f de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^3 inyectiva?. ¿Y de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^2 ?

46.- Sea A la matriz asociada a un endomorfismo. Demuestra que si el 0 es un autovalor de A y v un autovector asociado a él entonces ¿ $v \neq 0$ al Ker ?
 ¿Traza A ?

47.- Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ aplicación lineal. Sea $v = (1,3)$ autovector asociado al autovalor de f $t=8$ y $w = (-5,0)$ el autovector de f asociado a $t=-3$. La

matriz asociada a f con respecto a la base $B=\{v,w\}$ es:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ d) N.D.L.A.

48.- Dado el conjunto $W = \{(a,b,0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$

a) W es un subespacio de \mathbb{R}^3 porque el vector $(0,0,0) \in W$

b) W no es un subespacio de \mathbb{R}^3 por tener la tercera componente nula

c) W es un subespacio vectorial de \mathbb{R}^3

d) NDLA

49.- Dados los vectores de \mathbb{R}^3

$$u = (0,0,0), \quad v = (1,0,0), \quad w = (1,1,0) \quad \text{y} \quad p = (1,1,1)$$

a) la familia $\{u,w,p\}$ es linealmente independiente

b) la familia $\{v,w,p\}$ es una base de \mathbb{R}^3

c) la familia $\{u,w,p\}$ es un sistema de generadores

d) NDLA

50.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación dada por $f(x,y,z) = (x,0,z)$. Entonces

a) f es lineal b) $\dim(\text{Im}(f)) = 3$

c) $\dim(\text{Ker}(f)) = 0$ d) NDLA

51.- Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^5$ una aplicación lineal. Entonces

a) f no puede ser sobre

b) f no puede ser inyectiva

c) La $\dim \text{Ker}(f)$ puede ser 5

d) NDLA

52.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Tiene rango 2

b) Es inversible

c) Es diagonal

d) NDLA

53.- Sea $f: E \rightarrow E$ una aplicación lineal.

Sea $B=\{e_1, e_2, e_3\}$ una base de E . Si:

$$f(e_1) = e_2 + e_3 \quad f(e_2) = e_1 + e_2 \quad \text{y} \quad f(e_3) = e_3.$$

La matriz asociada en esa base es:

A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D) NDLA

e).- Sea la matriz A asociada a un endomorfismo. Si el 0 es un autovalor de A y v es un autovector asociado a él, entonces $0 \in \text{Ker}(A)$.

f).- En \mathbb{R}^2 con las operaciones usuales de la suma de vectores y producto por un escalar real los vectores $\{(1,2); (-1,-2)\}$ constituyen un sistema generador.

g).- Sea $f: E \rightarrow E$ un endomorfismo y $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ una base de E. Si $f(e_1) = e_1 + e_3$, $f(e_2) = e_2 + e_3$, $f(e_3) = e_2$. Calcular la matriz de la aplicación lineal respecto a la base B y la imagen del vector $(1,1,0)$ utilizando dicha matriz.

h).- En el plano las rectas r_1 y r_2 son ||

$$r_1: (x,y) = (1,2) + t(3,4) \text{ y } r_2: \frac{x-1}{6}, \frac{y-2}{2}$$

i).- Existen aplicaciones lineales de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^3 sobreyectivas

j).- En un espacio euclídeo de $\dim = 5$ un plano tiene asociado un espacio de dimensión 2.