

Sean  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $P = (x_0, y_0)$ ; la derivada de  $f$  en el punto  $P$ ,  $f'(x_0)$  es la pendiente de la recta tangente a la función en  $P$ .  $f'(x_0) = \text{tg } \alpha$ . Mide la inclinación en ese punto (fig 1).

Sea  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función, sea  $P = (x_0, y_0)$  y  $z = f(x, y)$ ,  $v$  vector unitario, la derivada direccional de la función  $f$  en el punto  $(x_0, y_0)$  será:

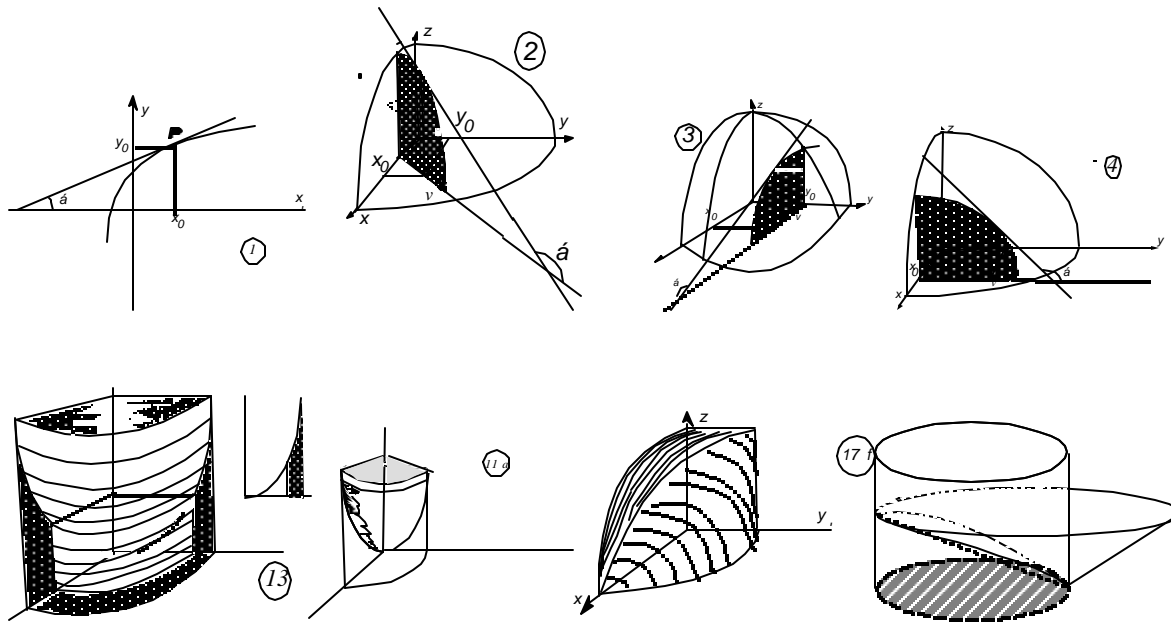
$$D_v f(P) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(P + h v) - f(P)}{h} = \text{grad } f(P) \cdot v \quad (\text{fig. 2})$$

Si el vector es  $v = (1, 0)$  será la derivada parcial de  $f$  con respecto a  $x$  en el punto  $P$   $\frac{\partial f}{\partial x}(P)$  (fig. 3)

Si el vector es  $v = (0, 1)$  será la derivada parcial de  $f$  con respecto a  $y$  en el punto  $P$   $\frac{\partial f}{\partial y}(P)$  (fig. 4).

La derivada direccional de una función en un punto nos mide la pendiente de una superficie en un punto y según una dirección determinada por el vector  $v$ .

Las dos derivadas parciales forman el vector gradiente que nos da la dirección de máxima pendiente de la superficie en ese punto.



$$x^2 + y^2 - 3z^2 = 0 \text{ con } x^2 + y^2 - 4y = 0 \text{ y superior al OXY}$$

Calcula el volumen encerrado en las siguientes superficies:

$$S_1 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z^2 = x^2 + y^2, z \geq 0 \}$$

$$S_2 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 2 \} \quad (\text{Ilustración a})$$

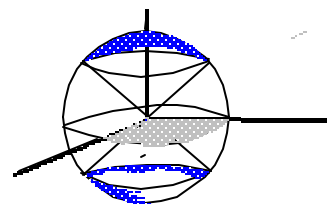


Ilustración a