SELECTIVIDAD 1985

Teorema del valor medio del cálculo integral
Dada una función continua y definida positiva en el intervalo cerrado [a,b], existe un punto á $\in$ [a,b] tal que $\int f(x)\,dx = f(á)\cdot(b-a)$ También se utiliza la siguiente expresión

m (b - a) $\leq \int f(x)^2\,dx \leq$ M (b - a) Siendo m y M el mínimo y el máximo respectivamente de la función f(x) en el intervalo [a, b]

Teorema fundamental del cálculo integral
Dada una función continua definida en el intervalo cerrado [a,b]. Se cumple que

$\forall\, x \in$ [a,b] $F(x) = \int_a^x (t)\,dt$ es una función continua y derivable donde F'(x) = f(x)

4) Comprobar en la integral $\int_0^2 (x-1)^2\,dx$ la verificación del T.V.M. del C.I.

5) Demostrar, utilizando el teorema del valor medio del cálculo integral y la regla de L'Hópital, que: $\lim_{a\to\infty} \int_a^{a+1} \frac{\ln x}{e^x}\,dx = 0$

6) Dada la función $F(x) = \int_1^x \frac{1-\ln t}{t}\,dt$ encontrar: su conjunto de definición, posibles máximos y mínimos y calcular $\lim_{n\to\infty} |F(n+1) - F(n)|$

7) Justificar: si m es mayor que 1,la función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2-m}{e^t}\,dt$ no se anula en x=1

8) Dada la función $F(x) = \int_0^x \frac{(t-1)(t-2)}{t^2}\,dt$. Calcular sus regiones de crecimiento y decrecimiento. Si m(x) es la pendiente de la tangente en

(x, F(x)), calcular $\lim_{x \to \infty} m(x)$

9) Sea $M = \int_{1/2}^{3} \frac{e^x}{x}\,dx$ Probar que $\frac{5e}{2} \le M \le \frac{5e^3}{6}$

10) Determinar los posibles máximos, mínimos y asíntotas horizontales de la función: $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Calcular el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica, su normal en x = -1 y el eje OY

1) Considerada la función $f(x) = x - x^2$ comprobar la verificación del teorema de Rolle, si es aplicable, en cada uno de los intervalos: i) [-1,0] ii) [0,1]

2) Dada la función $f(x) = x^1 \ln x$. Calcular posibles máximos, mínimos y asíntotas horizontales. Obtener el área de la región acotada del plano determinada por f, el eje OX y la recta x = e

3) Dada la función $f(x) = x\,e^x$. Obtener sus posibles máximos, mínimos y asíntotas Calcular el área de la región acotada del plano limitada por la gráfica de f, su normal en el punto de abcisa x= 1/2 y el eje OX.