

## Integrales trigonométricas racionales

### Protocolo:

Si todas las potencias del seno y del coseno son pares, o tenemos cualquier potencia de la tangente aplicaremos el cambio siguiente:

$$\operatorname{tag} x = t \Rightarrow x = \arctan t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2};$$

$$\text{además } \operatorname{tag} x = t \rightarrow \operatorname{sen} x = t \cos x$$

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow t^2 \cos^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x (t^2 + 1) = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{t^2 + 1} \Rightarrow \operatorname{sen}^2 x = \frac{t^2}{t^2 + 1}$$

Si alguna potencia del seno o del coseno es impar se aplicará el cambio siguiente:

$$\operatorname{tag} \frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2 \arctan t \Rightarrow dx = \frac{2 dt}{1+t^2};$$

$$\text{además } \operatorname{tag} \frac{x}{2} = t \rightarrow \operatorname{sen} \frac{x}{2} = t \cos \frac{x}{2}$$

$$\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow t^2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} (t^2 + 1) = 1 \Rightarrow \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{t^2 + 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1 \\ \cos^2 \frac{x}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = \cos x \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \cos x \Rightarrow \frac{2}{t^2 + 1} = 1 + \cos x$$

$$\cos x = \frac{2}{t^2 + 1} - 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1 - t^2}{t^2 + 1}$$

$$\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} 2 \frac{x}{2} = 2 \operatorname{sen} \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2t \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2t \cos^2 \frac{x}{2} \Rightarrow$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{2t}{t^2 + 1}$$