

# CALCULO INFINITESIMAL

## 10 CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

**10.1** Estudar la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \\ (x+1)^3 - 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^2} & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

**10.2** Estudar la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función, analizando previamente en que puntos no está definida.

$$f(x) = \begin{cases} (x+2) \arctan \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

**10.3** Estudar la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función, analizando previamente en que puntos no está definida.

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x+1}{\ln(x+1)} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

**10.4** Determinar a y b para que la función siguiente sea continua: Estudar la derivabilidad y calcular la derivada.

$$f(x) = \begin{cases} 2^x - a & \text{para } x < 1 \\ ax - b & \text{para } 1 \leq x \leq 0 \\ 3x^2 - 2 & \text{para } 0 < x \end{cases}$$

Una vez calculado a y b calcular la integral  $\int_{\frac{m}{2}}^{1} f(x) dx$ .

**10.5** Estudar la continuidad y derivabilidad de la función calculando su función derivada

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x^2 + 1), & \text{si } x < 1 \\ x^4 + 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 0 \\ x^2 \cos x & \text{si } 0 < x \end{cases}$$

**10.6** Se considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $x \rightarrow x|x|$  Estudar su derivabilidad.

**10.7** Estudar la continuidad y la derivabilidad de la función  $f(x) = x^2 + 1 + |2x - 1|$ .

**10.8** Estudar la derivabilidad en todo  $\mathbb{R}$  para  $f(x) = \begin{cases} 4 + |(x-3)(x-1)| & \text{si } x < 0 \\ e^x & \text{si } 0 \neq x \end{cases}$

**10.9** Hallar los valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sea continua. ¿Será derivable?

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + \sin x) & \text{si } x < 0 \\ x^3 + ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**10.10** Dada la función  $f(x) = \frac{|e^x + 1|}{e^x}$  ¿es derivable?

**10.11** Estudar la continuidad y derivabilidad de la función:  $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 1 + e^{\frac{1}{x+2}} & \text{si } x > 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

**10.12** Estudar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

**10.13** Estudar la continuidad y derivabilidad de:  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{e^{1+x}} & \text{si } x \neq 1 \\ \frac{x^2}{2} + x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

**10.14** Estudar la continuidad de la función  $f$ , así como también su función derivada:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(x+1)^{\frac{1}{2}} + 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \sin(ax + b) & \text{si } 0 \neq x \neq \frac{\pi}{2} \\ e^{x + (\frac{\pi}{3})} & \text{si } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

**10.15** Estudar la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + (x+1)) & \text{si } x < -1 \\ 1 + \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x} & \text{si } -1 \neq x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \\ \frac{e^x}{2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$