AREAS DE CURVAS CON UN PUNTO DE CORTE

1.- Area de la región limitada por $x^2+y^2=2$, $y=0$, $y=x^2$
2.- Area entre las curvas $y=e^x$ $y=e^{-x}$ y la recta $x=1$
3.- Area entre la curva $y^3=x$, la recta $y=1$ y la vertical $x=8$
4.- Area del primer cuadrante comprendida entre la curva $y=e^x$, su tangente en $x=1$ y el eje OX
5.- Area comprendida entre el eje OX, la curva $y=x\cdot e^x$ y su recta tangente en la abcisa $x=1$
6.- Area comprendida entre las funciones $y=x+1$, $y=2x-4$ y el eje OX
7.- Area del primer cuadrante comprendida entre $y=x^2+3x$, $y=-x+5$, OX
8.- Area comprendida entre $y=x^2+3x$, $y=-x+5$
9.- Calcular el área de la porción de plano común a las circunferencias: $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 4x$.
10.- Calcula el área limitada por las curvas $y = x^3 - 3x + 5$; $y = -3x$ y las verticales $x= -3$; $x = 0$
11.- Calcula el área limitada por $y = e^x$ y la cuerda de la misma que tiene por extremos los puntos de abcisas 0 y 1
12.- Area limitada por la gráfica de la función $y = x^2 \ln x$ su tangente en el punto de abcisa "e" y el eje OX.
13.- Calcular "a" para que el ára entre $y =2x$, el eje OX y la recta $x = 4$ quede divida en dos partes iguales

AREAS DE CURVAS CON DOS PUNTOS DE CORTE

10.- Area entre las curvas $x=y^2-4$: $x=2-y$ 11.- Area entre las curvas $y^2 = x+1$; $y=-x+1$
12.- " " " " $y = x^2+2x-3$; $y = x-x^2$ 13.- " " " " $y = 6x-x^2$; $y = x^2 -2x$

14.- Hallar el área común entre los dos primeros puntos de corte de curvas $y = \operatorname{sen} x$; $y = \frac{\operatorname{sen} 2x}{2}$

Area limitada por $f(x)=(2+x^2)^{-1}$y $g(x)=1/3\ x^2$
Calcular el área entre la parábola $y^2 = 8x$; la recta $x + y - 6 = 0$ y el eje OX.
Calcular "m" para que el área del recinto limitado por $y = 2x^3$ y la recta $y = mx$ sea de 64 u.s.

VOLÚMENES

$$\boxed{V_x = \pi \int_a^b (f^2(x) - l^2)\, dx} \quad \boxed{V_y = \pi \int_c^d (l^2 - g^2(y))\, dy} \quad \boxed{V_{y=m} = 2\pi \int_a^b (f(x) - g(x))\,(m - x)\, dx}$$

1.- Volumen del cuerpo engendrado por la rotación alrededor del eje OX de la parábola $y = x^2$ entre $x=0$ y $x=4$ (Sol:$1024\pi/5$)
2.- Volumen engendrado al girar la circunferencia $x^2+(y-4)^2 =1$ alrededor del eje OX
3.- Volumen del sólido generado al girar alrededor del eje OX la superficie limitada por $y =x-x^2$ y el propio eje OX (Sol:$\pi/30$)
4.- Volumen del sólido generado por la rotación de la superficie limitada por $y=4x-x^2$ y el eje OX alrededor de la recta $y=6$ (Sol:$1408\pi/15$)
5.- Calcular el volumen engendrado al girar la superficie limitada por la parábola semicúbica $y^2=x^3$ y la recta $x=1$ alrededor de OY. (Sol:$4\pi/7$)
6.- Calcular el volumen del cuerpo resultante al girar el círculo $x^2+(y-8)^2=4$ alrededor del eje OX (la figura se llama toro) (Solución:$64\pi^2$)
7.- Calcular el volumen del área plana comprendida entre $y=-x^2-3x+6$ y $x+y=3$ engendrado por su rotación a) alrededor de $x=3$ b) alrededor del eje OX Sol:a) $256\pi/3$ b) $1792\pi/15$
8.- Calcular el volumen generado por la función $y = \operatorname{sen} x$ 1º) al girar alrededor del eje OX.
2º) Al girar alrededor del eje OY. En ambos casos en el intervalo $[0,\pi]$ Sol: a) $\pi^2/2$ b)$2\pi^2$
9.- Calcular el volumen resultante al girar alrededor del eje OX el área interior a $x^2+y^2=17$ y exterior a $x^2+y^2=17x$ Sol:$17\pi\left(\frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{17}}{3}\right)$
10.- Volumen engendrado por la superficie comprendida entre el primer arco de la curva
$y= e^x \cdot \operatorname{sen} x$ y el eje OX al girar alrededor del eje OX

11.- Volumen al girar $y=x^2$ e $y=1$ alrededor de la recta $y=2$. (puntos de corte son $x=\pm1$) Sol: **56B/15**

12.- Volumen del sólido de revolución generado al girar la superficie limitada por $y=x^{1/2}$, $y=0$; $x=4$ alrededor de $x=4$ (Sol: 256ð/15)

13.- Volumen al girar $y^2=4ax$ alrededor de $x=a$

14.- Hallar el volumen de un tronco de cono de radios R y r y con altura h

Ejercicios nº 1, sin referencia
" nº 3,4 Métodos pgs. 248, 249
" nº 5,6,7,8 Coquillat pgs. 267,268,269, 271
" nº 9 RAEC pgs. 51
" nº 10 Quinet pgs. 291
" nº 2 Pirámide pags.256

AREAS NO USUALES

Hallar el área, de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$, así como el volumen de la esfera generada por la revolución de dicha circunferencia alrededor del eje OX

Area de la elipse de ecuación $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$. volumen del elipsoide generado por la figura anterior al girar alrededor del eje OX. (Caso particular $2x^2 + y^2 = 1$)

LONGITUDES DE CURVAS

Calcular la longitud del arco de la curva $y = \ln(x^2)$ entre $y = 0$, $y = 2$

AREAS LATERALES

Determinar el área lateral de la superficie generada al girar alrededor del eje OX el arco de parábola $\mathbf{Y}\ '\ \sqrt{\mathbf{X^2}\ \&\ \mathbf{4}}$ siendo x positivo y menor que 4.

Volumen al girar y = senx alrededor de y =1 $$p\int_0^{p}(1-\text{senx})^2dx$$

Volumen al girar $y = x^2$ e y =1 alrrededor de y =2

$$V = p\int_{-1}^{1}(2-x^2)^2dx \quad - p\int_{-1}^{1}(2-1)^2dx = \frac{56p}{15}$$ nº 11

Volumen al girar alrededor de x =2, la superficie limitada por y 2 0 8x y el propio eje considerado. OJO solucionbes a distintas integrales, el problema es saber cuales son.

$$2p\int_0^2 x\,y\,dx \qquad 2p\int_0^2(2-x)\sqrt{8x}\,dx \quad V_{oy} = p\int_{-4}^{4}\left(2-\frac{y^2}{8}\right)^2dy$$

Volumen al girar alrededor deleje y =6 la superficie $y = 4x - x^2$ y el eje OX (nº 4)

$$V = p\int_0^4(0-6)^2dx - p\int_0^4\left(6-4x+x^2\right)^2dx$$