4.1 Derivar $y = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x^{-4} + 5^x}$ $\quad y = \sqrt{\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ $\quad y = \ln\sqrt{\dfrac{tg\,x+1}{tg\,x-1}}$

$y = \ln\sqrt{\dfrac{1-tag\,2x}{1+tag\,2x}}$ $\quad y = \text{arc}\,tg\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ $\quad y = arc\,tg\,\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$y = \dfrac{1}{2}\cdot\ln\dfrac{1+\sqrt{sen\,X}}{1-\sqrt{sen\,X}} - \text{arc}\,tg\sqrt{senx}$ $\quad y = arcsen\sqrt{1-x^2}$

$y = \ln\sqrt{x^2+x+1} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot\text{arc}\,tg\dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}$ Sol:x/(x^2+x+1)

$y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\text{arc}\,tg\dfrac{x\cdot\sqrt{2}}{1-x^2} + \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\ln\dfrac{x^2 - x\cdot\sqrt{2}+1}{x^2+x\cdot\sqrt{2}+1}$ $\quad Sol: \dfrac{2x^2}{1+x^4}$

4.2 Derivar simplificando $\quad y = \dfrac{1}{2}arctg\,x + \dfrac{1}{4}ln\dfrac{x^2+1}{(x+1)^2}$

$y = arcsen\left(\dfrac{1}{ln\ x}\right)$ $\quad y = cos\,\dfrac{x+1}{x-1}$

4.3 Derivar implicitamente : a) $5x^2y^5 + 3xy - 6x + 2y + 5 = 0$

b) $4x^3y^6 - 5y^2sen^2x + 4xy = 9$

4.4 Calcula la derivada y simplifica el resultado:

$$y = \frac{M}{2}ln\left[(x-a)^2 + b^2\right] + \frac{Ma+N}{b}arc\,tg\,\frac{x-a}{b}$$

4.5 Deriva las siguientes funciones

$y = x^{x}$ $\qquad y = (sen\,x)^{x^2}$ $\qquad y = (x^3 + x^2 - 5)^{(x^2 - x + 7)}$

4.6 Calcula la recta normal a la curva $y = x^3 - 5x^2$ en el punto de abcisa $x=1$. Da también la ecuación de la tangente

4.7 Demostrar utilizando el teorema del valor medio, que $\frac{1}{9} < \sqrt{66} - 8 < \frac{1}{8}$

4.8 Estudiar si f(x) satisface las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo [0,2]. En caso afirmativo, determínese el punto o puntos intermedios.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3 - x^2}{2} & si\ 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{1}{x} & si\ 1 < x \end{cases}$$

4.9 ¿Existe algún número x entre 2 y 4 tal que $x^3 - \sqrt{1 + x^2} = \frac{33}{2}$?

4.10 ¿Toma la función $f(x) = x^3 - sen\,\pi x + 3$ el valor 2/3 en algún punto de [-2,2]?

4.11 Probar que $\exists x \in R \ /\ 2x^{23} + \dfrac{16}{sen^4 x + x^2 + 3} = 23$

4.12 Demostrar que $f(x) = \frac{x^3}{4} - sen\,\pi x + 3$ toma el valor 7/3 en algún punto de [-2,2]

4.13 En el segmento de la parábola $y = x^2$ comprendido entre los puntos A(1,1) y B(3,9) hallar un punto donde la tangente sea paralela a la cuerda AB.

4.14 Hallar la ecuación de la recta tangente a $x^3 + y^3 + x^2y^2$ en el punto (0,1). (examen)

4.15 Calcular el valor aproximado de $(170)^{1/2}$ usando el teorema del valor medio.

4.16 Sean a y b números tales que 0 < a < b. Demostrar que :

$\dfrac{b - a}{1 + b^2} < arctg\,b - arctg\,a < \dfrac{b - a}{1 + a^2}$ Deducir que $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{3}{25} < arctag\,\dfrac{4}{3} < \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{6}$

4.17 Probar $\dfrac{b - a}{b} < ln\,\dfrac{b}{a} < \dfrac{b - a}{a}$ Deducir a partir de aquí: $\dfrac{1}{6} < ln\,1.2 < \dfrac{1}{5}$

4.18 Demostrar que: $\pi \quad 3^{1/2} \qquad\qquad \pi \quad 1$

--- + ---- < arcsen 0.6 < --- + ---
6   15   6   8

4.19 Calcular la ecuación de la tangente a $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ en el punto donde corta al eje OY.

4.20 Hallar los puntos de la curva $y = (1+x^2)^{-1}$ en la que la recta tangente tiene pendiente máxima y su valor

4.21 Escribir la ecuación de la recta tangente a la curva: $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y - 6 = 0$

4.22 ¿Existe algún número real que sea igual a su cubo menos uno? Justificar la existencia

4.23 $f(x) = 3\ln(x) - 1$ a) no tiene raíz en [1,2] b) tiene una sola raíz en [1,2] c) $x = 0$ es raíz

4.24 Comprobar si las siguientes funciones verifican el teorema de Rolle:

a) $f(x) = \sqrt[3]{(x-3)^2}$ en[[1,5]   b) $g(x) = x^3 - 2x^2$ en [0,2]

4.25 Aplicando el teorema del valor medio del cálculo diferencial calcular el siguiente límite

$$\lim_{x\to\infty} (x+1)^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$$

4.26 Dada $f(x) = x^3 + 2x - 1$. Razona si tiene raices y en qué intervalo. Calcula el valor de la raíz con dos cifras decimales. (examen)

4.27 Demostrar que la ecuación $2x^3 - 9x^2 + 24x + 7 = 0$ tiene una raíz real solamente

4.28 Demostrar que la ecuación $3x^5 + 15x - 8 = 0$, tiene una raíz real y solamente una.