$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{2n}\,(n!)^2}{\sqrt{n}\,(2n)!} \qquad \textit{FORMULA DE STIRLING}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1\;4\;7\;......\;(3n-2)}{7\;9\;11\;.......(2n+5)}$$

$$\lim_{n\to\infty} n^4\left(\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) - sen\frac{1}{n} + \frac{1}{2}\ln^2\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$$

SERIES

1.- Estudiar el carácter de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+\alpha)!}{\alpha!\,n!\,\alpha^n} \qquad \alpha>0$

2.- Estudiar el carácter de la siguiente serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\,sen\,n}{n^3+1}$

3 .- Estudiar el carácter de las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^n} \qquad\qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+3^n}$$

4.- Estudiar el carácter de las siguientes series:

$$a)\quad \sum_{n\geq 1} (1-e^{-n})^2 \qquad\qquad b)\quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$$

5.- Estudiar el carácter de la siguiente serie: $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{3^n+n}$

6.- Escribe el desarrollo en serie de Mc- Laurint de la función f(x) = ln(x+1); x > -1. Estudiar la convergencia de la serie resultante en el apartado anterior.

7.- Estudiar el campo de convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+\sqrt{n}}\cdot x^n$

8.- Estudiar el carácter de la siguiente serie: $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \left(\frac{3^n+1}{3^n} + \frac{n^n}{5^n\,n!}\right)$

9.- Hallar el radio de convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{4^n\cdot 3^n}$ y estudiar su convergencia en los extremos del intervalo de convergencia.

10.- Hallar el radio de convergencia de la serie:

$$\sum_{n\geq 0}\frac{4^{-n}}{n^3-2n^2+1}\cdot(x-5)^n$$

y estudiar su convergencia en los extremos del intervalo donde converge.

11.- Estudiar la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\ln n^{\ln n}}+(-1)^n\cdot\left(\frac{n^2+2n}{n^2+4n}\right)^{n^2}\right)$$

12.- Sea la serie de términos positivos, donde a N, estudiar su carácter según los distintos valores de a:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+a)!\,a^n}{n^n\cdot a!}$$

13.- Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2-2n+1}{n^2+n-1}\right)^{n^2} \qquad b)\quad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n+n}$$

14.- Estudiar el carácter de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} a^n\cdot n;\quad a>0$

15.- Estudiar el campo de convergencia de la siguiente serie:

$$\sum_{n\geq 1}\frac{2^n x^n}{n^2+1}$$

16.- Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a)\quad \sum_{n\geq 1}\frac{2+sen^5(n+1)}{\sqrt{n}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}+\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}\right)$$

17.- Estudiar el carácter de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\left(\frac{n+1}{n}\right)^n+\frac{2n+1}{n}\right)^{-n}$$

18.- Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen\, n}{n^2} \qquad\qquad b)\ \sum_{n\geq 1} n\, e^{-n}$$

19.- Calcular el radio de convergencia y estudiar la convergencia de la serie de potencias:

$$\sum_{n\geq 0} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)} x^n$$

20.- Estudiar la convergencia y la convergencia absoluta de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n!}}$ En caso de que sea convergente, hallar su suma con un error infverior a 10^{-2}

21.- Estudiar el carácter de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n e^n - \frac{2}{n^2} \right)$

22.- Estudiar el carácter de las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3^n} + \frac{5n+1}{(n+3)!} \right) \qquad\qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n^2-1} - n \right)$$

23.- Estudiar la convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^n}$

24.- Estudiar la convergencia y convergencia absoluta de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n(2n+1)}$ De ser convergente hallar la suma con un error inferior a 0,01

25.- Estudiar la convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + sen^3(n+1)}{2^n + n^2}$

DOS PREGUNTAS FUNDAMENTALES DE TEORÍA

-.

Demostrar que si $\sum a_n$ es convergente ---> $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$

Supongamos que la serie $\sum a_n$ es convergente entonces

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = L \in \mathbb{R}$$

pero como $S_n = S_{n-1} + a_n \Rightarrow$ $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty}\left(s_{n-1} + a_n\right) = \lim_{n\to\infty} s_{n-1} + \lim_{n\to\infty} a_n$ y teniendo en cuenta que $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = L \Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 0$

-.

Si la serie $\sum |a_n|$ converge, la serie $\sum a_n$ también converge

$0 \le a_n + |a_n| \le 2\,|a_n|$ por lo tanto al ser menor que una convergente la serie $\sum \left(a_n + |a_n|\right)$ converge

por otra parte $\sum a_n = \sum \left(a_n + |a_n|\right) - \sum |a_n|$, hemos obtenido que $\sum a_n$ es la resta de dos series convergentes y por lo tanto converge.